	Министерство науки и высшего образования РФ ФГБОУ ВО «Тувинский государственный университет»
	Программа общеобразовательного вступительного испытания, проводимого вузом самостоятельно
	по математике

УТВЕРЖДАЮ
Председатель приемной комиссии,
ректор ТувГУ
_______ О.М. Хомушку
«07» 09 2018 г.

СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА

ПРОГРАММА
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

(для поступающих на программам высшего образования программам бакалавриата и программам специалитета)

ВЕРСИЯ 1.0

Дата введения 07.09.2018г

Принято на заседании кафедры
русского языка и литературы
Протокол № 1 от 06.09.2018

Кызыл, 2018 г.

	Должность	Фамилия/ Подпись	Дата
Разработал	Старший преподаватель кафедры математического анализа и МПМ	Л.Н.Власова	06.09.2018
Проверил	И.о. заведующего кафедры математического анализа и МПМ	А.И.Сотников	06.09.2018г

Содержание

Пояснительная записка……………………………………………………………… 3

1. Структура теста ………………………………………………… ………...............3

2. Система оценивания …………………………………………………………………. .3

3. Продолжительность экзамена ……………………………………………… …. .4

4 .Программа курса …….……………………………………………………………….....4

5. Примерный вариант экзаменационного задания………………………………… …8

6. Решение экзаменационного варианта …………………………………………… . 11

7.Варианты для самостоятельной подготовки…………………………………………16

8. Список рекомендуемой литературы……………………………………..…………… 18

9. Порядок проведения вступительного испытания ………………………………….. 19

	ФГБОУ ВО «Тувинский государственный университет»
	Программа общеобразовательного вступительного испытания, проводимого вузом самостоятельно
	по дисциплине «Математике»

Пояснительная записка

Программа вступительного экзамена по математике предназначена для подготовки поступающих в ФГБОУ ВО «Тувинский государственный университет», изучивших курс предмета, отвечающий обязательному минимуму содержания среднего (полного) общего образования по математике на основании Федерального компонента государственных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования по математике от 05.03.2004 № 1089 (ред. От 07.06.2017) «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Цель . Дифференцировать абитуриентов по уровню подготовки к математике с целью отбора для поступления в вуз

Задачи:

1. Оценить уровень понимания, теоретической и практической готовности абитуриента по программе школьной математики.

2. Выявить уровень компетенции абитуриентов по математике.

Документы, определяющие содержание экзаменационной работы:

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования от 17 мая 2012 г. № 413 и спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2016 году единого государственного экзамена по математике (профильный уровень).

1.Структура экзаменационной работы

Конкурсные задачи по математике составляются с учетом следующих принципов: строгое соответствие требованиям программы вступительных экзаменов и школьной программе по математике; доступный школьникам уровень трудности; охват большинства разделов программы, разнообразное содержание предлагаемых задач; четкая формулировка заданий на понятном школьникам математическом языке.

Экзамен по математике предлагается в письменной форме в виде теста, решения заданий которого должны быть приведены в полной или сокращенной форме, а не только в виде ответа.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих 20 заданий.

Часть1 включает 13 заданий с кратким развернутым ответом, проверяющих знания основных формул и умения их применять.

Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом. Задания этой части требуют подробного решения с применением знаний из различных разделов школьной программы по математике с обязательным объяснением переходов решения.

2. Система оценивания

Оценка письменной работы выставляется по шкале сто баллов на основе выполнения всех 20 заданий.

Для решения заданий 1-13 достаточно привести краткое решение без обоснований, получить правильный ответ.

При решении заданий 14-20 необходимо проводить обоснования при равносильных переходах, приводить применяемые теоремы и формулы при переходе от одного условия к соответствующему ему равносильному условию.

Часть 1. Правильное выполнение заданий 1–13 оценивается 4 баллами. Задание считается выполненным, если правильно вычислено числовое выражение при применении необходимой формулы.

Часть 2. Правильное выполнение заданий 14-18 с развёрнутым ответом, оценивается по 6 баллов.

Правильное выполнение заданий 19-20 с развёрнутым ответом, оценивается по 9 баллов.

Указания по оцениванию задания 14-18	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ:	6
Решение содержит обоснованный переход к равносильной более простой форме, но получен неверный ответ или решение не закончено.	3
Получен верный ответ при отсутствии промежуточных преобразований, но с указанием применяемой формулы.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев.	0
Указания по оцениванию задания 19	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ:	9
Правильно построен чертеж. Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче , получен неверный ответ.	4
Правильно построен чертеж. решение не закончено.	2
Решение не соответствует ни одному из критериев.	0
Указания по оцениванию задания 20	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ:	9
Решение содержит обоснованные переходы, но решение не закончено или получены не все значения параметра.	4
Получен верный ответ при отсутствии промежуточных преобразований, но с указанием применяемой формулы.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев.	0

3. Продолжительность тестирования

После того как все абитуриенты получили листы для решения и заполнили титульные листы через 180 мин. все абитуриенты должны сдать работы.

4. Программа курса

Настоящая программа состоит из трех разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий **как на письменном, так и на устном экзамене.**

Второй раздел представляет собой **перечень вопросов теоретической части устного экзамена** (устный экзамен включает в себя также приложение с задачами). При подготовке к письменному экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на письменном и устном экзаменах.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

- Основные математические понятия и факты
- Основные формулы и теоремы
- Основные умения и навыки

Основные математические понятия и факты

1.1.1.1 Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции.

Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума.

Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n (n \in N)$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$,, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin\alpha \pm \sin\beta$; $\cos\alpha \pm \cos\beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$; $y = a^x$; $y = x^n (n \in N)$, $y = \ln x$.

1.1.1.2 Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников.

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности.

Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали.

Прямая и наклонная призмы; пирамиды.

Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.

Плоскость, касательная к сфере.

Формулы площади поверхности и объема призмы.

Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Формулы площади поверхности и объема конуса.
Формулы объема шара.
Формулы площади сферы.
Основные формулы и теоремы

1.1.1.3 Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.
Свойства функции $y = k/x$ и ее график.
Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
Формула корней квадратного уравнения.
Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
Свойства числовых неравенств.
Логарифм произведения, степени, частного.
Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
Формулы приведения.
Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Тригонометрические функции двойного аргумента.
Производная суммы двух функций.

1.1.1.4 Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.
Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
Признаки параллельности прямых.
Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
Признаки параллелограмма, его свойства.
Окружность, описанная около треугольника.
Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и ее свойство.
Измерение угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольников.
Теорема Пифагора.
Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
Признак параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей.
Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
Перпендикулярность двух плоскостей.
Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
Теорема о трех перпендикулярах.

Основные умения и навыки

Экзаменующийся должен уметь:

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений.
- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
- Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии — при решении геометрических задач.
- Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
- Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

5. Примерный вариант письменной работы по математике

Часть 1

1. **Найти** количество целых отрицательных решений неравенства $(\sqrt{3})^x \geq \frac{1}{27}$

2. Решите уравнение $2^{3x-7} = 32$

3. Найдите значение выражения $1 + 0{,}4^{\log_{\frac{2}{5}} 2}$

4. Решите уравнение $\sqrt{\frac{18}{2x+32}} = \frac{1}{4}$.

5.Вычислить значение выражения $\left(a^{\frac{3}{2}} : a^{-\frac{7}{2}}\right) \cdot a^3$ при $a=2$

6. Упростите выражение $\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{ctg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$, если $\cos\alpha = 0{,}5$

7. Вычислите $4^{2,5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5} + \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} \cdot (0{,}8)^{3,5}$

8. Для изготовления стеклянных столов требуется заказать 38 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла 0,3 м^2 В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	415	47,5
Б	465	35,5
В	425	42,5

9. Решить уравнение $6\sin x - 3\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

10. Решить неравенство: $(x^2 + x - 6)(x - 5) \ge 0$

11. В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано 1100 заявлений. В текущем году число заявлений на первый из этих факультетов уменьшилось на 20%, а на второй увеличилось на 30%, причем всего было подано 1130 заявлений. Сколько заявлений было подано на каждый из этих факультетов в текущем году?

12. Если каждое ребро куба уменьшить на 2, то площадь его поверхности уменьшится на 48. Найти ребро куба.

13. Найти значение выражения $\dfrac{\log_5 \sqrt[6]{12}}{\log_{125} 12}$

Часть 2

14. Найдите наименьшее значение функции $y = x - tgx + 11$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{4}; 0\right]$

15. В равнобедренную трапецию, меньшее основание которой равно1, вписана окружность радиуса 1. Найти площадь трапеции.

16.Решите уравнение $2\cos x + |\cos x| = 2\sin 2x \cdot \sin\dfrac{\pi}{6}$

17. Найдите значение выражения $\dfrac{4\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} - \dfrac{7 \cdot \sqrt{x^2 - 10x^2 + 25}}{5 - x} + \dfrac{\sqrt{27x - 9x^2 - 18}}{\sqrt{3x - 2 - x^2}}$

18. Найти сумму натуральных значений функции $y = \log_3\left(72 + 6 \cdot 2^{|x|} - 4^{|x|}\right)$

19. В треугольнике АВС длина АВ равна 3, $\angle ACB = \arcsin\dfrac{3}{5}$. Хорда KN окружности , описанной около треугольника АВС, пересекает отрезки АС и ВС в точках М и L соответственно. Известно, что $\angle ABC = \angle CML$, площадь четырехугольника AB L равна 2, а длина LM равна 1. Найти высоту треугольника KNC, опущенную из вершины С, и его площадь.

20. Для всех значений параметра а решить уравнение

$$\left|x^4 + \frac{2a-1}{3}x^2 + \frac{2a^2 + a + 2}{12}\right| = \frac{a}{2} \cdot \left|x^2 + \frac{a}{3} - \frac{1}{6}\right| + \frac{a+1}{6}$$

6. Решение варианта

1.**Найти количество целых отрицательных решений неравенства** $(\sqrt{3})^x \geq \frac{1}{27}$

Применяя следующие формулы : $\sqrt[k]{a^n} = a^{\frac{n}{k}}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ получим показательное неравенство

$3^{\frac{x}{2}} \geq 3^{-3}$, учитывая, что основание $a = 3 > 1$, $\frac{x}{2} \geq -3$ или $x \geq -6$. из них целыми отрицательными является :-6; -5; -4; -3; -2; -1

Ответ: 6

2. **Решите уравнение** $2^{3x-7} = 32$

$2^{3x-7} = 2^5$; 3x-7=5; $x = 4$

Ответ: 4

3. **Найдите значение выражения** $1 + 0{,}4^{\log_{\frac{2}{5}} 2}$

По основному показательно-логарифмическому тождеству $a^{\log_a b} = b$ и учитывая, что $0{,}4 = \frac{2}{5}$,

получим $1 + 0{,}4^{\log_{\frac{2}{5}} 2} = 1 + 2 = 3$

Ответ: 3

4. **Решите уравнение** $\sqrt{\frac{18}{2x+32}} = \frac{1}{4}$.

Учитывая, что $\frac{1}{4} > 0$, возведем обе части уравнения в квадрат: $\frac{18}{2x+32} = \frac{1}{16}$;

$\begin{cases} 18 \cdot 16 = 2x + 32 \\ 2x + 32 \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 128 \\ x \neq -16 \end{cases}$ Ответ: 128

5.**Представьте выражение** $\left(a^{\frac{3}{2}} : a^{-\frac{7}{2}}\right) \cdot a^3$ **в виде степени с основанием** a

Применяя свойства степени $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $a^m : a^n = a^{m-n}$

$a^{\frac{3}{2}-\left(-\frac{7}{2}\right)} \cdot a^3 = a^{\frac{3}{2}+\frac{7}{2}} \cdot a^3 = a^8$

Ответ: a^8

6. **Решить уравнение** $6\sin x - 3\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

$6 \cdot \sin x - 3(\cos^2 x + \sin^2 x) = 0$; $\sin x = \frac{1}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$; $k \in Z$

7. Упростите выражение $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{ctg\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$.

Применяя формулы приведения: $\dfrac{-\sin\alpha\cdot(-\cos\alpha)}{tg\alpha}=\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha/\cos\alpha}=\cos^2\alpha$

Ответ: $\cos^2\alpha$

8. **Вычислите** $4^{2,5}-\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-1,5}+\left(\dfrac{5}{4}\right)^{3,5}\cdot(0,8)^{3,5}$

$$4^{2,5}-\left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5}+\left(\frac{5}{4}\right)^{3,5}\cdot(0,8)^{3,5}=(2^2)^{2,5}-(3^{-2})^{-1,5}+\left(\frac{5}{4}\right)^{3,5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{3,5}=2^5-3^3+1=32-27+1=6$$

Ответ:6

9. **Решить неравенство:** $(x^2+x-6)(x-5)\geq 0$

Так как $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, то

$(x+3)(x-2)(x-4)\geq 0$. Применяя метод интервалов, найдем знак неравенства в каждом из интервалов, на которые делят точки x=-3; x=2; x=4 числовую прямую.

Ответ: $x\in[-3;2]\cup[4;+\infty]$

10.Для изготовления стеклянных столов требуется заказать 38 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла 0,3 м^2 В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	415	47,5
Б	465	35,5
В	425	42,5

Затраты за каждый заказ считаем по формуле:

А: 38 $\cdot 415+38\cdot 47,5$ =38 (415+47,5)=38 $\cdot$ 462,5 =

Б : $38\cdot 465+38\cdot 35,5$ =38 (465+35,5)=38 $\cdot$ 500,5 =

В : $38\cdot 425+38\cdot 42,5$ =38 (425+42,5)=38 $\cdot$ 467,5 =

Ответ: Самый выгодный заказ от фирмы А:

11. В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано 1100 заявлений. В текущем году число заявлений на первый из этих факультетов уменьшилось на 20%, а на второй увеличилось на 30%, причем всего было подано 1130 заявлений. Сколько заявлений было подано на каждый из этих факультетов в текущем году?

Пусть х заявлений подано на первый факультет, а у заявлений на второй факультет в прошлом году. Тогда в текущем году было подано на первый факультет на 20% меньше или 80%

от x, т.е 0,8x, а на второй факультет на 30% больше, или 1,3y. Так как в прошлом году подано 1100 заявлений, а в текущем году 1130 заявлений, то составим систему уравнений:

$$\begin{cases}0{,}8x+1{,}3y=1130,\\ x+y=1100;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1100-y,\\ 0{,}8(1100-y)+1{,}3y=1130;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1100-y,\\ y=500;\end{cases}\quad \begin{cases}x=600,\\ y=500\end{cases}$$

Ответ: 480 заявлений было подано на первый факультет и 650 заявлений было подано на второй факультет в текущем году.

12. Если каждое ребро куба уменьшить на 2, то площадь его поверхности уменьшится на 48. Найти ребро куба.

Куб имеет 6 одинаковых граней, площадь каждой грани равна x^2, где x- длина ребра . Тогда площадь поверхности куба равна $6x^2$.Если каждое ребро уменьшить на 2, то площадь поверхности куба будет равна $6(x-2)^2$, которая меньше на 48 первоначальной площади, т.е. $6x^2-48$.

Из уравнения $6(x-2)^2=6x^2-48$ найдем $(x-2)^2=x^2-8$ или $x^2-4x+4=x^2-8$, x=3.

Ответ: 3

13. Найти значение выражения $\dfrac{\log_5\sqrt[6]{12}}{\log_{125}12}$

Применяя свойства логарифмов: $\log_a x^\alpha=\alpha\cdot\log_a x$ и $\log_{a^k}x=\dfrac{1}{k}\cdot\log_a x$, получим

$$\frac{\frac{1}{6}\log_5 12}{\log_{5^3}12}=\frac{\frac{1}{6}\log_5 12}{\frac{1}{3}\log_5 12}=\frac{1}{2}$$ Ответ: $\dfrac{1}{2}$

14. Найдите наименьшее значение функции $y=x-tgx+11$ **на отрезке** $\left[-\dfrac{\pi}{4};0\right]$

Наименьшее значение функция принимает либо на концах отрезка, либо в точках экстремума (производная в этих точках равна нулю).

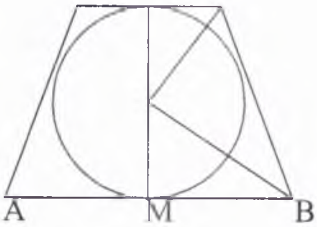
$y'=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$, $y'=0$, если $\cos^2 x=1$, или $\cos x=\pm1$, $x=\pi n,\ n\in Z$. Промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{4};0\right]$ принадлежит только x=0. Найдем значения функции в точках 0, $-\dfrac{\pi}{4}$.

$$y(0)=11;\quad y\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\pi}{4}-tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)+11=-\frac{\pi}{4}+1+11.$$

Ответ: 11

15. В равнобедренную трапецию, меньшее основание которой равно1, вписана окружность радиуса 1. Найти площадь трапеции.

Площадь трапеции вычисляется по формуле : $S=\dfrac{a+b}{2}\cdot h$, где a - верхнее основание трапеции, b -нижнее основание трапеции, h - высота трапеции.



Высота трапеции равна 2 (диаметру вписанной окружности). Угол СОВ- прямой, по свойству вписанной в трапецию окружности: боковая сторона описанной около окружности трапеции видна под прямым углом. Угол КОМ – развернутый, равен 180°.

Треугольники КОМ и МВО – прямоугольные. $tg\angle KOM = \frac{0,5}{1} = 0,5$,

$tg\angle MOB = tg\left(180^\circ - 90^\circ - \angle KOM\right) = ctg\angle KOM = \frac{1}{0,5} = 2$, с другой стороны из треугольника

МОВ $tg\angle MOB = \frac{MB}{OM}$ или $MB = OM \cdot tg\angle MOB = 1 \cdot 2 = 2$. АВ=4.

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{1+4}{2} \cdot 2 = 5$ Ответ: 5

16.Решите уравнение $2\cos x + |\cos x| = 2\sin 2x \cdot \sin\frac{\pi}{6}$

По определению модуля $|x| = \begin{cases} x, если...x \geq 0 \\ -x, если...x < 0 \end{cases}$.

1) Пусть $\cos x \geq 0$, х принадлежит 1 или 4 четверти, тогда уравнение примет вид:

$3\cos x = 2 \cdot \sin 2x \cdot \frac{1}{2}$; $3\cos x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$, так как $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$.

$\cos x(3 - 2\sin x) = 0$, $\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ 3 - 2\sin x = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, ...n \in Z \\ \sin x = \frac{3}{2}; \end{array}\right.$ Второе уравнение совокупности не имеет решений, решение ее $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$

2) Пусть $\cos x < 0$, х принадлежит 2 или 3 четверти, тогда уравнение примет вид:

$2\cos x - \cos x = \sin 2x$ или $\cos x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$, $\cos x(1 - 2\sin x) = 0$, $\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \sin x = \frac{1}{2}; \end{array}\right.$,

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, ...n \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; ...k \in Z; \end{array}\right.$ Решением совокупности является $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n, \ldots .n \in Z \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k; \ldots k \in Z; \end{array}\right.$

17. Найдите значение выражения $\dfrac{4\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x-3} - \dfrac{7 \cdot \sqrt{x^2 - 10x^2 + 25}}{5-x} + \dfrac{\sqrt{27x - 9x^2 - 18}}{\sqrt{3x - 2 - x^2}}$

Разложим на множители выражения

$27x - 9x^2 - 18 = -9(x^2 - 3x + 2) - 9(x-1)(x-2) = 9(1-x)(x-2)$ и

$3x - 2 - x^2 = -(x^2 - 3x + 2) = -(x-1)(x-2) = (1-x)(x-2)$.

Выражение примет вид : $\dfrac{4\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} - \dfrac{7 \cdot \sqrt{(x-5)^2}}{5-x} + \dfrac{3\sqrt{(1-x)(x-2)}}{\sqrt{(1-x)(x-2)}}$

Областью допустимых значений данного выражения является множество действительных чисел, удовлетворяющих условиям: $\begin{cases} (1-x)(x-2) < 0, \\ x - 3 \neq 0, \\ 5 - x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 1 < x < 2, \\ x \neq 3, \\ x \neq 5; \end{cases}$ $1 < x < 2$.

Учитывая область допустимых значений выражение примет вид:

$\dfrac{4|x-3|}{x-3} - \dfrac{7|x-5|}{5-x} + 3 = \dfrac{-4(x-3)}{x-3} - \dfrac{7(5-x)}{5-x} + 3 = -4 - 7 + 3 = -8$

Ответ: -8

18. В треугольнике ABC длина AB равна 3, $\angle ACB = \arcsin\dfrac{3}{5}$**. Хорда KN окружности, описанной около треугольника ABC, пересекает отрезки AC и BC в точках M и L соответственно. Известно, что** $\angle ABC = \angle CML$**, площадь четырехугольника AB L равна 2, а длина LM равна 1. Найти высоту треугольника KNC, опущенную из вершины C, и его площадь.**

Ответ : высота равна $\dfrac{1}{2}$, площадь треугольника KNC равна $\dfrac{3}{4}$.

19. Найти сумму натуральных значений функции $y = \log_3\left(72 + 6 \cdot 2^{|x|} - 4^{|x|}\right)$

20. Для всех значений параметра a решить уравнение

$$\left|x^4 + \frac{2a-1}{3}x^2 + \frac{2a^2 + a + 2}{12}\right| = \frac{a}{2} \cdot \left|x^2 + \frac{a}{3} - \frac{1}{6}\right| + \frac{a+1}{6}$$

Уравнение не имеет решений при a<-1, так как правая часть уравнения при этих значениях параметра будет отрицательной.

Будем рассматривать значения параметра $a \geq -1$.

Преобразуем уравнение $\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)^2+\frac{(a+1)(2a+5)}{36}\right|=\frac{a}{2}\cdot\left|x^2+\frac{2a-1}{6}\right|+\frac{a+1}{6}$.

При a≥ -1 выражение $\frac{(a+1)(2a+5)}{36}\geq 0$, следовательно

$\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)^2+\frac{(a+1)(2a+5)}{36}\right|=\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)^2+\frac{(a+1)(2a+1)}{36}$.

Сделаем замену $\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)\right|=t,(t\geq 0)$. Уравнение примет вид:

$t^2+\frac{(a+1)(2a+5)}{36}=\frac{a}{2}\cdot t+\frac{a+1}{6}$, которое преобразуется к виду: $t^2-\frac{a}{2}t+\frac{(a+1)(2a-1)}{36}=0$.

Его дискриминант $D=\frac{a^2}{4}-\frac{(a+1)(2a-1)}{9}=\frac{(a-2)^2}{36}$, а корни $t_1=\frac{a+1}{6}$ и $t_2=\frac{2a-1}{6}$.

При a$<\frac{1}{2}$ корень t_2 не удовлетворяет условию $t\geq 0$. В этом случае необходимо решить

уравнение $\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)\right|=\frac{a+1}{6}\leftrightarrow x^2+\frac{2a-1}{6}=\frac{a+1}{6}$ или $x^2+\frac{2a-1}{6}=-\frac{a+1}{6}\leftrightarrow$

$\leftrightarrow x^2=\frac{2-a}{6}$ или $x^2=-\frac{a}{2}$.

Первое из полученных уравнений имеет всегда два корня $x=\pm\sqrt{\frac{2-a}{6}}$ при $a\in\left[-1;\frac{1}{2}\right)$.

Второе уравнение имеет решение $x=\pm\sqrt{-\frac{a}{2}}$ при $a\in[-1;0]$, а при $a\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$ не имеет решений. При $a\geq\frac{1}{2}$ исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

$\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)\right|=\frac{a+1}{6}$ или $\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)\right|=\frac{2a-1}{6}$.

Первое уравнение как в предыдущем случае сводится к совокупности уравнений

$x^2=\frac{2-a}{6}$ или $x^2=-\frac{a}{2}$, решениями первого из них при $a\leq 2$ являются $x=\pm\sqrt{\frac{2-a}{6}}$, второе не имеет решений.

Рассмотрим уравнение $\left|\left(x^2+\frac{2a-1}{6}\right)\right|=\frac{2a-1}{6}$. Оно имеет единственное решение x=0.

Ответ: $x=\pm\sqrt{\frac{2-a}{6}}$ и $x=0$, при $a\in\left[\frac{1}{2};2\right]$; при $a\in(2;+\infty)$, x=0.

7. **Варианты письменной работы для самостоятельной подготовки**

Вариант №1

1. Найти количество целых отрицательных решений неравенства $\log_{\frac{1}{2}}(x+4)<2$

2. Решите уравнение $(0{,}25)^{2-x} = \dfrac{1}{2^{x+3}}$

3. Найдите значение выражения $25^{\log_9 3} + \log_4^{-2}\left(\log_{\frac{1}{7}}\dfrac{1}{49}\right)$

4. Решите уравнение $x+\sqrt{4x-3}=6$.

5. Вычислить $\left(\dfrac{\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8}}{2-\sqrt{2}}+\dfrac{1+2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-1/4}}\right)^{2}\cdot\left(3-\dfrac{4}{\sqrt{2}}\right)^{-0.5}$

6. Найти сумму корней уравнения $\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\cos(2x-\dfrac{3\pi}{2})$, принадлежащих отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2};2\pi\right]$

7. Упростите выражение $\dfrac{1+\sin 1235^\circ - \cos 1015^\circ}{2\cos^2 675^\circ}$.

8. Вычислите $\dfrac{x^4-y^4}{x^2+y(y-2x)}\cdot\dfrac{x-y}{xy+x^2}-2y$, если x=100 и y = 120.

9. Найдите сумму всех целых решений неравенства: $\dfrac{x}{x^2+7x+12}\cdot\dfrac{x^2+6x+8}{x+3}\le 0$

10.Найдите сумму всех четных трехзначных натуральных чисел , не превосходящих 400, каждое из которых при делении на 17 дают в остатке 5.

11.Двое рабочих должны выполнить заказ за 12 часов. Через 6 часов после начала работы второго рабочего перевели на другой участок, и первый рабочий закончил работу за 8 часов. Сколько часов потребовалось бы второму рабочему для того, чтобы выполнить весь заказ самостоятельно?

12.Объем конуса равен 32. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найти объем меньшего конуса.

13. Найти значение выражения $\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\ldots\log_{16}15$

14. Найдите значение функции $y=\dfrac{(x-1)^2}{x-2}$ в точке минимума.

15. Точка касания вписанной в прямоугольный треугольник окружности делит один из катетов в отношении 1:4.Найти его площадь. если периметр треугольника равен 40.

16.Найти число корней уравнения $4\sin x\cdot\sin 2x\cdot\sin 3x=\sin 4x$ на интервале $(0;\pi)$

17. Упростите выражение и найдите его значение при x=0,27 :

$$\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x}\cdot\left(\frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1}+\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}\right)$$

18. Около шара описан усеченный конус, площадь одного основания которого в 4 раза больше площади другого. Найти угол между образующей конуса и плоскостью его основания..

19. Найдите наибольшее значение функции $y=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2$

20. При каждом фиксированном значении параметра a решить уравнение $|x+3|-a|x-4|=4$.

Вариант №2

1. Найдите значение выражения $x_\circ+5y_\circ$.если $(x_\circ, y_\circ)$ решение системы уравнений

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2^y\cdot 3^{2y}=18 \end{cases}$$

2. Решите уравнение $2\cdot\log_4^2 x-\log_4 x^{13}=7$

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_3 45}{\log_5 3}-\dfrac{\log_3 15}{\log_{15} 3}$

4. Решите уравнение $x-1=\sqrt{3x^2-x-2}$.

5. Вычислить $\dfrac{2\sin 2\alpha-3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha+5\cos 2\alpha}$, если $tg\alpha=3$

6. Найти число корней уравнения $\left(\cos x-\dfrac{1}{2}\right)\log_5\left(4-x^2\right)=0$

7. Упростите выражение $\dfrac{39\left(-\dfrac{1}{32}\right)^{-1}}{\left(-2^3\right)^5\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-6}\cdot 64^{-2}+12\cdot(0{,}125)^{-1}}$

8. Вычислите $\left(\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+c}\right):\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b+c}\right)\right):\left[1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right]$, если $a=1\dfrac{33}{40}$, $b=0{,}625$, c = 3,2

9.Решите неравенство: $\dfrac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}\geq\dfrac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10}$

10.Найдите сумму первых ста чисел , каждое из которых при делении на 5 дают остаток 6.

11.За 4 дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано $\frac{2}{3}$ колхозного поля. За сколько дней можно было бы вспахать все поле каждым трактором отдельно, если первым трактором можно вспахать все поле на 5 дней скорее, чем вторым трактором?

12. Полная поверхность прямоугольного параллелепипеда равна 192 дм ^{2} , объем его равен 144 дм ^{3} , одно из измерений равно 12 дм. Найти остальные измерения параллелепипеда.

13. Найти значение выражения $\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{1+\sqrt{5}+\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{5}-1}{1-\sqrt{5}+\sqrt{x}}\right)\cdot\left(x^{\frac{1}{2}}-4x^{-\frac{1}{2}}+2\right)\sqrt{0{,}2}$.

14. Найти точки максимума функции $y=-\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{x^4-18x^2+81}{x^2-9}$.

15. В параллелограмме ABCD BD $\perp AB$, AB:AD=1:2, BE $\perp AD$, AE= 4 см. Найти площадь параллелограмма.

16.Найдите наименьший корень уравнения $6\sin^2 x-7\sin x\cdot\cos x+3\cos^2 x=\frac{\log_2 x}{\log_4 x^2}$

17.Решите уравнение: $4^{\sqrt{3x^2-2x+1}}+2=9\cdot 2^{\sqrt{3x^2-2x}}$

18.Правильная треугольная пирамида пересечена плоскостью, проходящей через ее боковое ребро и высоту. В сечении образовался треугольник с углом 45 $^\circ$ при вершине пирамиды. Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания пирамиды.

19. Найдите произведение целочисленных решений неравенства $\frac{|2x-3|-|3x+6|-2}{tg^2\frac{\pi x}{6}+4}>0$

20. Сколько корней имеет уравнение $ax^2-x+3=0$ в зависимо

8. Список рекомендуемой литературы

1.Шарыгин И.Ф. Сборник задач по математике с решениями. М Астрель АСТ 2001г.

2.Цыпкин А.Г. Справочник по математике для средней школы. (Под редакцией С.А.Степанова) – М.; Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979 г.

3. Мордкович А.Г., Суходский А.М., Справочник школьника по математике. – М.; Аквариум, 1997.

4. Дорофеев Г.В., Потапов М.Н., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. М.: «Наука», 1970.

5. Сборник конкурсных задач для поступающих в вузы (с решениями) - (Под редакцией М.И.Сканави - М.:"Высшая школа", 2002).

6. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М. «Наука», 2001г

7. Королева Т.М.и др. Пособие по математике в помощь участникам централизованного тестирования. М. 2002

8. Веременюк В.В., Кожушко В.В. Практикум по математике. Тесты. Минск 2009

9. Учебники и учебные пособия по математике для средней школы.

9. Порядок проведения вступительного испытания

- абитуриент обязан явиться на вступительное испытание заблаговременно в строго указанные в расписании дату и время. Допуск поступающего в аудиторию производится за 30 минут до начала экзамена.
- абитуриенты, не явившиеся на испытание по уважительной причине, допускаются к участию в пропущенном испытании по решению Приёмной комиссии на основании письменного заявления, в котором должна быть указана причина пропуска испытания, и документа, подтверждающего уважительную причину пропуска испытания.
- уважительными причинами пропуска вступительного испытания являются:
  - болезнь абитуриента (подтверждается предъявлением справки о болезни из государственного лечебного заведения, заверенной печатью лечебного заведения);
  - чрезвычайная ситуация (подтверждается предъявлением справки государственной организации, зафиксировавшей факт чрезвычайной ситуации).
- при проведении вступительного испытания в письменной форме абитуриенту выдаются необходимые материалы вступительных испытаний (бланк тестового задания, бланк титульного листа с вкладышем для выполнения экзаменационной работы, лист ответа, бланк черновика и т.п.), заверенные печатью Приемной комиссии.
- при подготовке ответа на вступительном испытании, проводимом в письменной форме, абитуриент ведет записи на выданных ему бланках материалов вступительных испытаний, заверенных печатью приемной комиссии.
- на бланке титульного листа письменной экзаменационной работы указываются направление подготовки (специальность), наименование вступительного испытания, дата его проведения; фамилия, имя, отчество абитуриента. Бланк титульного листа письменной экзаменационной работы заверяется подписью абитуриента.
- письменные экзаменационные работы (в том числе черновики) выполняются на листах-вкладышах, на которых недопустимы никакие условные пометки, раскрывающие авторство работы. Черновики письменных экзаменационных работ не проверяются.
- окончательный (чистовой) вариант работы выполняется в листе ответа. Ответы должны быть даны абитуриентом в пустых клетках, имеющихся в листе ответа рядом с соответствующим номером вопроса-задания. Использование листов ответа, а также вариантов тестовых заданий для дополнительных записей не разрешается.
- во время проведения вступительных испытаний покидать аудиторию после начала письменного вступительного испытания можно не более одного раза в сопровождении дежурного по коридору и только с разрешения члена Предметной экзаменационной комиссии, предварительно сдав ему все листы для выполнения заданий вступительного испытания.
- по окончании вступительного испытания абитуриент обязан сдать членам Предметной экзаменационной комиссии все полученные им во время вступительного испытания листы для выполнения заданий.
- в случае нарушения абитуриентом п. 3.8, а также получения других дисциплинарных замечаний, его работа к проверке предметной экзаменационной приемной комиссией не принимается и оценивается оценкой 0 баллов.